

## GRANDES IDÉES

L'histoire des mathématiques s'étend sur plusieurs siècles, et la discipline continue d'**évoluer**.

Les mathématiques sont un **langage** universel pour comprendre le monde.

Les **besoins de la société** des différentes cultures ont influé sur l'évolution des mathématiques.

Les **outils et la technologie** sont des catalyseurs du progrès en mathématiques.

Les **mathématiciens** qui ont marqué l'histoire entretenaient un intérêt pour les jeux et une curiosité qui est à l'origine de bien des branches des mathématiques.

## Normes d'apprentissage

Compétences disciplinaires	Contenu
<p><i>L'élève sera capable de :</i></p> <p><b>Raisonnement et modéliser</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Élaborer des <b>stratégies de réflexion</b> pour résoudre des casse-têtes historiques et jouer à des jeux</li> <li>Explorer, <b>analyser</b> et appliquer des idées mathématiques historiques au moyen du <b>raisonnement</b>, de la <b>technologie</b> et d'<b>autres outils</b></li> <li>Faire preuve de <b>pensée créatrice</b> et manifester de la <b>curiosité et de l'intérêt</b> dans l'exploration de problèmes</li> </ul> <p><b>Comprendre et résoudre</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Analyser de manière critique des stratégies multiples employées pour résoudre des problèmes mathématiques historiques</li> <li>Développer, démontrer et appliquer sa compréhension des concepts mathématiques par des jeux, des histoires, l'<b>investigation</b> et la résolution de problèmes</li> <li>Explorer et représenter des concepts et des relations mathématiques par la <b>visualisation</b></li> <li>Appliquer des <b>approches flexibles et stratégiques</b> pour <b>résoudre des problèmes</b></li> <li>Résoudre des problèmes avec <b>persévérance et bonne volonté</b></li> <li>Réaliser des expériences de résolution de problèmes <b>qui font référence</b> aux lieux, aux histoires et aux pratiques culturelles, y compris des peuples autochtones de la région</li> </ul>	<p><i>L'élève connaîtra :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li><b>Nombres et systèmes de nombres :</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>nombres écrits et oraux</li> <li>zéro</li> <li>nombres rationnels et irrationnels</li> <li>pi</li> <li>nombres premiers</li> </ul> </li> <li><b>Régularités et algèbre :</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>pensée algébrique primitive</li> <li>variables</li> <li>premiers usages de l'algèbre</li> <li>plan cartésien</li> <li>notation</li> <li>la suite de Fibonacci</li> </ul> </li> <li><b>Géométrie :</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>droites, angles, triangles</li> <li>les cinq postulats d'Euclide</li> <li>constructions géométriques</li> <li>évolution dans le temps</li> </ul> </li> </ul>

Normes d'apprentissage (suite)

Compétences disciplinaires	Contenu
<p><b>Communiquer et représenter</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Expliquer et justifier</b> des concepts et des <b>décisions</b> mathématiques de <b>plusieurs façons</b></li> <li>• Utiliser des représentations symboliques historiques pour explorer les mathématiques</li> <li>• Utiliser le vocabulaire et le langage des mathématiques pour participer à des <b>discussions</b> en classe</li> <li>• Prendre des risques en proposant des idées dans le cadre du <b>discours</b> en classe</li> </ul> <p><b>Faire des liens et réfléchir</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Réfléchir</b> sur l'approche mathématique</li> <li>• <b>Faire des liens entre différents concepts mathématiques</b>, et entre les concepts mathématiques et d'autres domaines et intérêts personnels</li> <li>• Réfléchir aux conséquences des mathématiques sur les plans culturel, social et politique</li> <li>• Voir les <b>erreurs</b> comme des <b>occasions d'apprentissage</b></li> <li>• <b>Incorporer</b> les visions du monde, les perspectives, les <b>connaissances</b> et les <b>pratiques</b> des peuples autochtones pour établir des liens avec des concepts mathématiques</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Probabilités et statistique</b> : <ul style="list-style-type: none"> <li>– le triangle de Pascal</li> <li>– jeux de hasard</li> <li>– les <b>tout débuts</b> de la statistique et des probabilités</li> </ul> </li> <li>• <b>Outils technologiques</b> : évolution dans le temps, des tablettes en argile aux calculateurs et aux ordinateurs modernes</li> <li>• <b>Cryptographie</b> : <ul style="list-style-type: none"> <li>– utilisation du chiffage, du cryptage et du décryptage au cours de l'histoire</li> <li>– utilisations modernes de la cryptographie pour la guerre, applications numériques</li> </ul> </li> </ul>

Grandes idées – Approfondissements

• **évaluer :**

*Questions pour appuyer la réflexion de l'élève :*

- Quel est le lien entre l'évolution des mathématiques et l'histoire de l'humanité?
- Comment les mathématiciens ont-ils surmonté les préjugés pour faire évoluer les mathématiques?
- Dans quelles régions du monde des découvertes mathématiques semblables ont-elles été réalisées de manière indépendante en raison de l'isolement géographique?

• **langage :**

*Questions pour appuyer la réflexion de l'élève :*

- À quel point le langage mathématique est-il universel?
- Quels sont les points communs entre l'apprentissage d'une langue et l'apprentissage des mathématiques?
- Comment la langue parlée influe-t-elle sur notre compréhension conceptuelle des mathématiques?

• **besoins de la société :**

*Questions pour appuyer la réflexion de l'élève :*

- Les besoins de la société ont-ils toujours eu une influence positive sur les mathématiques?
- Comment la politique a-t-elle influencé l'évolution des mathématiques?
- Comment les mathématiques pourraient-elles influencer sur des décisions concernant la justice sociale?

• **outils et la technologie :**

*Questions pour appuyer la réflexion de l'élève :*

- Les outils et la technologie ont-ils eu une influence sur l'évolution des mathématiques, ou les mathématiques ont-elles eu une influence sur les outils et la technologie?
- Que peut-on réaliser grâce à la technologie, et en quoi ces réalisations permettent-elles d'approfondir sa compréhension des mathématiques?

• **mathématiciens :**

*Questions pour appuyer la réflexion de l'élève :*

- Qu'est-ce qui pousse un mathématicien à tenter de résoudre un problème en apparence insoluble?
- Qu'est-ce qui est intrigant dans le monde des mathématiques?
- Peut-on trouver des exemples de jeux mathématiques qui ont mené à des applications pratiques?

Compétences disciplinaires – Approfondissements

- **stratégies de réflexion :**
  - raisonner pour choisir des stratégies gagnantes
  - généraliser et extrapoler
- **analyser :**
  - examiner la structure des concepts mathématiques et les liens entre eux dans des contextes historiques
- **raisonnement :**
  - raisonnement inductif et déductif
  - prédictions, généralisations et conclusions tirées d'expériences
- **technologie :**
  - outils pertinents du point de vue historique
  - usages très variés, notamment :
    - exploration et démonstration de relations mathématiques
    - organisation et présentation de données
    - formulation et mise à l'épreuve de conjectures inductives
    - modélisation mathématique
    - présentation de solutions ou d'idées mathématiques historiques dans une perspective contemporaine
- **autres outils :**
  - matériel de manipulation, comme règle, compas, abaque et autres outils faisant référence à l'histoire
- **pensée créatrice :**
  - être ouvert à l'essai de stratégies différentes
  - on fait référence ici à une réflexion mathématique créatrice et innovatrice plutôt qu'à une représentation créative des mathématiques, p. ex. par les arts ou la musique
- **curiosité et de l'intérêt :**
  - poser des questions pour approfondir sa compréhension ou pour ouvrir de nouvelles voies d'investigation
- **investigation :**
  - investigation structurée, orientée et libre
  - observer et s'interroger
  - relever les éléments nécessaires pour comprendre un problème et le résoudre
- **visualisation :**
  - créer et utiliser des images mentales pour appuyer sa compréhension
  - la visualisation peut être appuyée par du matériel dynamique (p. ex. des relations et des simulations graphiques), des objets, des dessins et des diagrammes

Compétences disciplinaires – Approfondissements

- **approches flexibles et stratégiques :**
  - choisir les outils mathématiques appropriés pour résoudre un problème
  - choisir une stratégie efficace pour résoudre un problème (p. ex. essai-erreur, modélisation, résolution d'un problème plus simple, utilisation d'un graphique ou d'un diagramme, jeu de rôle, représentations historiques)
- **résoudre des problèmes :**
  - interpréter une situation pour cerner un problème
  - appliquer les mathématiques à la résolution de problème
  - analyser et évaluer la solution par rapport au contexte initial
  - répéter ce cycle jusqu'à ce qu'une solution vraisemblable ait été trouvée
- **persévérance et bonne volonté :**
  - ne pas abandonner devant les difficultés et persévérer (p. ex. les difficultés rencontrées par certains mathématiciens, et comment leur persévérance s'est soldée par des découvertes mathématiques)
  - résoudre les problèmes avec dynamisme et détermination
- **qui font référence :**
  - aux activités quotidiennes, aux pratiques locales et traditionnelles, aux médias populaires, aux événements d'actualité et à l'intégration interdisciplinaire
  - en posant et en résolvant des problèmes ou en posant des questions sur les lieux, les histoires et les pratiques culturelles
- **Expliquer et justifier :**
  - utiliser des arguments mathématiques pour convaincre
  - prévoir des conséquences
- **décisions :**
  - demander aux élèves de choisir parmi deux scénarios, puis de justifier leur choix
- **plusieurs façons :**
  - par exemple : orale, écrite, visuelle, au moyen de technologies
  - communiquer efficacement d'une manière adaptée à la nature du message et de l'auditoire
- **discussions :**
  - dialogues entre pairs, discussions en petits groupes, rencontres enseignants-élèves
- **discours :**
  - utile pour approfondir la compréhension des concepts
  - peut aider les élèves à clarifier leur réflexion, même s'ils doutent quelque peu de leurs idées ou si leurs prémisses sont erronées
- **Réfléchir :**
  - présenter le résultat de son raisonnement mathématique et celui d'autres personnes, y compris évaluer les stratégies et les solutions, développer les idées et formuler de nouveaux problèmes et de nouvelles questions

Compétences disciplinaires – Approfondissements

- **Faire des liens entre différents concepts mathématiques :**
  - s’ouvrir au fait que les mathématiques peuvent aider à se connaître et à comprendre le monde autour de soi (p. ex. activités quotidiennes, pratiques locales et traditionnelles, médias populaires, événements d’actualité, justice sociale et intégration interdisciplinaire)
- **erreurs :**
  - vont des erreurs de calcul jusqu’aux fausses prémisses
- **occasions d’apprentissage :**
  - en :
    - analysant ses erreurs pour cerner les éléments mal compris
    - apportant des correctifs à la tentative suivante
    - relevant non seulement les erreurs, mais aussi les parties d’une solution qui sont correctes
- **Incorporer :**
  - en :
    - collaborant avec les Aînés et les détenteurs du savoir parmi les peuples autochtones de la région
    - explorant les principes d’apprentissage des peuples autochtones (<http://www.fnesc.ca/wp/wp-content/uploads/2015/09/PUB-LFP-POSTER-Principles-of-Learning-First-Peoples-poster-11x17.pdf> : l’apprentissage est holistique, introspectif, réflexif, expérientiel et relationnel [axé sur la connexité, les relations réciproques et l’appartenance]; l’apprentissage demande temps et patience)
    - faisant des liens explicites avec l’apprentissage des mathématiques
    - explorant les pratiques culturelles et les connaissances des peuples autochtones de la région, et en faisant des liens avec les mathématiques
- **connaissances :**
  - connaissances locales et pratiques culturelles qu’il est convenable de partager et qui ne relèvent pas d’une appropriation
- **pratiques :**
  - pratiques culturelles selon Bishop : compter, mesurer, localiser, concevoir, jouer, expliquer ([http://www.csus.edu/indiv/o/oreyd/ACP.htm\\_files/abishop.htm](http://www.csus.edu/indiv/o/oreyd/ACP.htm_files/abishop.htm))
  - ressources sur l’éducation autochtone ([www.aboriginaleducation.ca](http://www.aboriginaleducation.ca))
  - *Teaching Mathematics in a First Nations Context*, FNESC (<http://www.fnesc.ca/resources/math-first-peoples/>)

Contenu – Approfondissements

- **Nombres et systèmes de nombres :**
  - égyptien, babylonien, romain, grec, arabe, maya, indien, chinois, peuples autochtones
  - exploration de concepts comme des bases différentes et d'autres formes arithmétiques
  - l'infini
  - problèmes du papyrus de Rhind
  - Ératosthène
- **Régularités et algèbre :**
  - l'*Algèbre* d'Al-Khwarizmi
  - mathématiques de l'Inde
  - mathématiques de l'Islam
  - Descartes
  - le nombre d'or
  - les régularités dans les arts
- **Géométrie :**
  - problèmes du papyrus de Rhind, problèmes du papyrus de Moscou
  - Pythagore
  - Hippocrate et les problèmes de construction de l'Antiquité
  - la géométrie dans les *Éléments* d'Euclide, Archimède, Apollonius, le *Livre III* de Pappus
  - contributions de l'Inde et du monde arabe
  - Descartes et Fermat
- **Probabilités et statistique :**
  - Pascal, Cardano, Fermat, Bernoulli, Laplace
  - jeux antiques comme les dés et le jeu du chien et du chacal de l'Égypte ancienne
  - tenue de livres des Égyptiens
  - Graunt et le développement de la statistique pour répondre aux besoins des compagnies d'assurance
- **tout débuts :**
  - formes d'organisation des données à l'origine des probabilités et de la statistique
- **Outils technologiques :**
  - papyrus, tablette d'argile, os, compas et règle droite, abaque, échelles, règle à calculer, règle graduée, rapporteur d'angles, calculatrice, ordinateur

Contenu – Approfondissements

- **Cryptographie :**
  - écriture cunéiforme
  - usage militaire du chiffage par les Spartiates
  - première documentation du chiffage dans le monde arabe
  - John Wallis
  - la Deuxième Guerre mondiale et la machine Enigma
  - codes à barres
  - arithmétique modulaire
  - cryptage RSA
  - techniques actuelles de cryptage et sécurité du cryptage des mots de passe numériques